KELEMEN JÁNOSNÉ
főiskolai adjunktus

Egy szakkönyv tanulságai...

Az új matematika tanterv kiemelt szerepet biztosít a feladatmegoldásnak. Az összefüggések megfigyeltetését, fogalomalkotást, önállóságra nevelést, logikus gondolkodás fejlesztését nagyrészt a feladatmegoldások keretébe utalja. A feladatmegoldó képesség fejlesztése, problémalátásra, önálló problémamegoldásra nevelés központi kérdése a matematika módszertanának. Ebben nyújt segítséget Pólya György: A gondolkodás iskolája c. könyve.

A könyv a feladatmegoldás módszertanát új megvilágításban mutatja be és a Heurisztika rövid szótára címen szakmai problémák magyarázatát adja.

Belső borítólapján ötletes elrendezésben, szemléltető táblának is alkalmas módon szerepel a feladatmegoldás abc-je:

Először:

Értsd meg a feladatot!

Másodszor:

Keress összefüggést az adatok és az ismeretlen között!
Ha nem találsz közvetlen összefüggést, nézz segédfeladat után!
Végül készítsd el a megoldás tervét!

Harmadszor:

Hajtsd végre tervedet!

Negyedszer:

Vizsgáld meg a megoldást!

Az első fejezetben kérdéssorozatot, „listát" közöl. A lista célja: 1. segítséget nyújtani a tanulóknak a feladatmegoldásban, 2. kifejleszteni önálló feladatmegoldó képességüket. A kérdések *ésszerűek és általánosak.* Minthogy ésszerűek, természetesen merülnek fel, a tanulóknak maguknak is eszükbe juthatott volna. Minthogy általánosak, tapintatosan segítenek neki, éppen csak általános irányt adnak és elég tennivalót hagynak számára. A kérdések nagyobb részének feltevésére a gyakorlatban nincs is mindig szükség, mert a tanulók az összefüggések meglátása után felteszik a kérdéseket önmaguknak és meg is válaszolják.

A listát a könyvben szereplő konkrét feladaton mutatjuk be. Ez a feladat középiskolai, de az elgondolás bármely nehezebb általános iskolai feladatnál alkalmazható.

„Határozzuk meg egy téglatest testátlóját, ha ismerjük szélességét, hosszúságát és magasságát!"

Értsd meg a feladatot!

A tanulóknak mindenekelőtt a feladat szövegét kell megérteniök. Elmondatjuk. Ez azonban nem elég. Kérdéseinkkel rámutatunk a feladat alkotóelemeire: az ismeretlenre, az adatokra és a kikötésre.

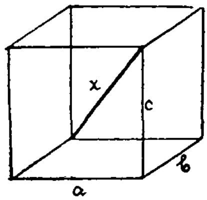
Mit keresünk? (Egy téglatest átlóját)

Mi van adva? (A téglatest hosszúsága, szélessége és magassága)

Készíts vázlatot!

Vezess be alkalmas jelölést!

Mit tudunk az a-ról, b-ről, c-ről és az x-ről?



Milyen kikötés kapcsolja össze ezeket az értékeket? (x olyan téglatest testátlója, amelynek a hosszúsága, b szélessége és c a magassága.)

Van-e értelme a feladatnak? Elegendő-e a kikötés az ismeretlen meghatározására? (a, b és c már meghatározzák a téglatestet és így a testátlót is.)

A feladat megértésével kapcsolatban meg kell jegyeznünk, hogy milyen nagy szerepet játszik a probléma szóbeli megfogalmazása. Erre vonatkozó kísérletekről Rubinstein: Gondolkodás — lélektani vizsgálatok c. könyvében olvashatunk. Ugyanaz a probléma más-más megfogalmazásban különböző nehézséget jelent. Előfordulhat, hogy a megfogalmazás nem emeli ki, vagy csak kévéssé emeli ki a követelmények szempontjából lényeges adatokat. A tanuló (tanulók) elemző képessége nem áll még olyan fokon, hogy elvégezze azt az analízist, mely elválasztja a mellékes körülményeket a lényegesektől. A feladat más *megfogalmazása, átfogalmazása* azonnal érthetővé teheti a problémát. (Ennek a bonyolult kérdésnek részletesebb kifejtésére később vállalkozunk.)

Tervkészítés

A feladatmegoldásnak ebben a szakaszában a tanár akkor jár el leghelyesebben — írja a szerző —, ha *észrevétlenül* rávezeti a tanulót egy jó ötletre. Jó ötlet csak *régebbi tapasztalatokon* és *korábban szerzett ismereteken* alapulhat. Ezt szem előtt tartva adjuk fel kérdéseinket.

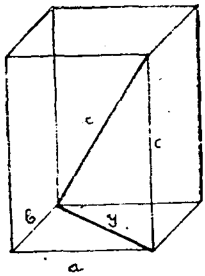
A probléma megoldására két utat mutat meg a szerző.

1. Mit is keresünk? *Nem ismersz olyan feladatot, melyben ugyanez az ismeretlen?* Hát olyan feladat nem fordult elő, melyben *hasonló* az ismeretlen? (Lesz tanuló, aki ezeknek az általános kérdéseknek az alapján már rátapint az ötletre és továbbviszi a gondolkodást.)

Milyen feladatban kerestük egy szakasz hosszát? (Derékszögű háromszög ismeretlen oldalának a kiszámításánál. Ez az alapötlet. Többen saját erejükből képesek a további meggondolásra.)

Mi módon tudnánk ezt a feladatot hasznosítani? (Ha a mi vázlatunkban is lenne háromszög.)

Mi módon tudnánk vázlatunkba háromszöget rajzolni? Vizsgáljuk meg milyen háromszögről van szó! Hol van az ismeretlen?



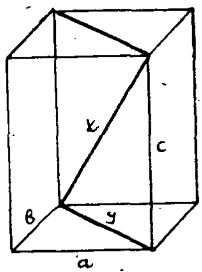
Mi a helyzet a befogókkal? (Az egyik befogó adott, a másik egy derékszögű háromszög átfogója.)

Készítsük el a tervet!

2. Mit is keresünk? Ez térgeometriai feladat. *Nem tudnál visszaemlékezni valamilyen hasonló síkgeometriai feladatra?* Milyen síkidom átlójára vonatkozhatik hasonló feladat? (Téglalap átlójára.)

Nem tudnád a vázlat átalakításával hasznosítani ezt a feladatot?

Készítsük el a tervet!



Az első meggondolással az *ismeretlenen* át, most az *analógián* át jutottunk el az alapötlethez.

Tervünk végrehajtása

Nem könnyű a tervet kigondolni, a megoldás alapötletét megtalálni. Sok minden kell hozzá: korábban szerzett ismeretek, gondolkozni tudás, koncentráció. A végrehajtás már könnyebb, főleg türelmet igényel.

A megoldást azzal kezdjük, hogy a terv minden lépését *ellenőriztetjük.*

Bizonyos vagy benne, hogy az x, y és *c oldalú háromszög derékszögű?*

Be is tudnád bizonyítani?

Végezzük el a szükséges számításokat!

A megoldás vizsgálata

Még az igazán jó tanulók is – írja a szerző – miután megoldották a feladatot és szépen leírták a megoldást, becsukják a könyvet, és már másutt jár az eszük. Pedig így a munkának fontos és tanulságos szakaszát mulasztják el. Azzal, hogy átnézik a kész megoldást, az eredményt és a hozzávezető utat átvizsgálják, még egyszer végiggondolják, megszilárdítják tudásukat és fejlesztik feladatmegoldó képességüket. A megoldás vizsgálatának szükségességéről meg is kell győzni tanítványainkat. Az alábbi kérdések alapján végezhetjük el a vizsgálódást:

Nem tudnád ellenőrizni az eredményt? ($\sqrt{a^2+b^2+c^2}$)

A betűfeladatok előnye a számpéldákkal szemben, hogy több módszer adódik az ellenőrzésre. Ez a példa jól illusztrálja ezt.

Felhasználtál minden adatot? (*a, b* és *c* mind a három szerepel a testátlóra kapott kifejezésben).

A hosszúság, szélesség és magasság egyforma szerepet játszik a feladatban. Vizsgáljuk meg, *vajon szimetrikusan szerepelnek-e az adatok a testátlóra kapott kifejezésben is?*

Térbeli feladatunk megoldása *analóg-e a síkbeli feladatéval?*

Ha *c* helyett 0-át helyettesítünk a kifejezésbe, a téglalap átlóját megadó kifejezést kapjuk-e? ($\sqrt{a^2+b^2}$).

Ha *c*-t növeljük, a testátló is nő. *Kitűnik-e ez a képletből?*

Ha *a, b, c* ugyanolyan arányban megnövekszenek, a testátló is ugyanolyan arányban nő. *Igazolja-e ezt a képlet?*

Ha *a, b* és *c* méterekben van megadva, a kifejezés a testátlót is méterekben adja. Ha mind három adatot deciméterekben fejezzük ki, a képletnek továbbra is helyesnek kell maradnia. *Valóban így van-e ez?*

Ezek a kérdések több szempontból értékesek. Elsősorban azért, mert az ellenőrzés tapasztalati evidenciából ered. De a kifejezés egyes részletei a kérdések nyomán új jelentőséget nyernek és különböző tényekkel kerülnek kapcsolatba. Az ismeret szilárdabb lesz. Végül ezeket a kérdéseket könnyen átvihetjük más, hasonló feladatokra is. Ha sokszor ismételjük az eredmény ilyen módon történő vizsgálatát, rájön a tanuló, milyen általános fogalmak rejtőznek a kérdések mögött: az összes lényeges adatok felhasználása, az adatok variálása, szimmetria, analógia.

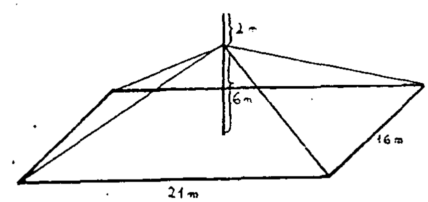
Hátra van még annak vizsgálata, hogyan tudnánk a feladat megoldását más feladatok kapcsán hasznosítani.

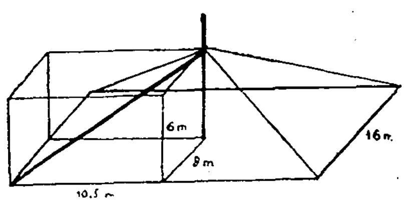
Nem tudnád alkalmazni az eredményt vagy a módszert más feladat megoldására? (Arra is ki kell terjedni a vizsgálatnak, hogy az analóg feladat megoldásának mik a feltételei.)

Két közvetlenül rokon feladat kínálkozik azonnal:

1. „Adva van egy téglatest szélessége, hosszúsága és magassága. Határozzuk meg a középpont távolságát az egyik csúcsponttól." (A keresett távolság éppen fele az előbb számított testátlónak; a módszert, két derékszögű háromszög bevezetését is alkalmazhatnánk, ez azonban mesterkélt lenne.)

2. „21 m hosszú, 16 m széles épület téglalap alakú. Tetejére 8 m magas zászlórudat kell felállítani és négy egyenlő hosszú kötéllel az épület négy sarkához erősíteni. Milyen hosszú egy-egy kötél, ha 2 m-rel a csúcs alól indul?





A kötél hossza olyan téglatest átlója, melynek egy csúcsba futó élei: 10,5 m, 8 m és 6 m.

Pólya György kérdezési módszerének az a lényege, hogy egy általános kérdéssel, vagy útmutatással indítja meg a gondolkodást. Ha szükséges, fokozatosan tér át részletesebb és konkrétabb kérdésekre és útmutatásokra, míg csak el nem érkezik egy olyanhoz, amely visszhangra talál a tanulókban.

Mindenki tökéletesítheti magában ezt a kérdezési technikát. Annál is inkább, mert Pólya könyve eredetileg angol nyelven jelent meg s a fordítás helyenként magánviseli az angol nyelv speciális kifejezésmódját. Fontos az, hogy a kiinduló útmutatások egyszerűek, természetesek legyenek, különben nem segítenek erőltetés nélkül. Legyenek alkalmazhatók más feladatokra is, ne csak speciális, szűk technikát adjanak. Ismétlődjenek gyakran a kérdéseink, hogy a tanuló magáévá tehesse azokat, hozzájárulhassanak egy észjárás kifejlődéséhez. Fokozatosan kell rátérni a speciálisabb útmutatásokra, hogy *a munkának minél nagyobb részét a tanulók végezhessék el.* A szerző a kérdéstechnikára vonatkozó javaslatát végül egy mondatba tömöríti: kérdéseink legyenek olyanok, hogy a tanuló azt érezze, *a feltett kérdések neki magának is eszébe juthattak volna.* Igyekezni fog, hogy azok máskor eszébe is jussanak. S ha ezt elérjük, meg is közelítettük a tantervben előirányzott követelményeket.

VEIDNER JÁNOS
főiskolai adjunktus

Az elektromos áram munkájának és teljesítményének tanítása az általános iskolában

Az általános iskola VIII. osztályában az elektromosságtani alapismeretek egyik legfontosabb tanítási egysége az áram munkája és teljesítménye. Fontos ez a tanítási egység, mert:

a) a teljesítmény a fogyasztók jellemző adata, mely a feszültség mellett a fogyasztókon mindenkor feltüntetett, leolvasható érték;

b) a feszültség mellett a teljesítmény szabja meg, hogy az adott áramkörbe zavartalanul bekapcsolható-e a fogyasztó;

c) gyakorlati probléma. A felhasznált elektromos energia mennyiségének a kiszámítására tanítja meg a tanulót.

Az elektromos áram munkája és teljesítménye tanításánál több kérdés merül fel. A legfontosabbakat említve: hol tanítsuk, melyik egység tanítása előzze meg a másikat — a munkát kövesse a teljesítmény, vagy a teljesítményt a munka —, a bevezethető mértékegységek közül melyik az, amelynek a tanítása az általános iskolai alapfokú fizikatanításban indokolt és célszerű.

A tanítás idejére vonatkozóan is eltérőek a vélemények. Vannak, akik az áram hőhatásának megismerése után helyezik el. Vannak, akik a hő- és a vegyi hatás bemutatása után foglalkoznak az áram munkájával és teljesítményével. Vannak, akik az elektromos áram alapfogalmai közé illesztik be. Vannak elgondolások, melyek szerint a hőhatás alapismereteinek bemutatása után közvetlenül foglalkoznak az áram munkájával és teljesítményével.

Az elsőbbség kérdésében is megoszlanak a vélemények. A jelenlegit megelőző tanterv a teljesítményt vezeti be előbb, s ezt követi az áram munkája. A most hasz-